Visit QB365-SLMS - https://www.qb365.in/slms/ Complete Questions and Answers

Answers Key:

III ANSWER THE ANY 5 QUESTIONS.

1. AB = $\begin{bmatrix} -4 & 4 & 4 \\ -7 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4+4+8 & 4-8+4 & -4-8+12 \\ -7+1+6 & 7-2+3 & -7-2+9 \\ 5-3-2 & -5+6-1 & 5+6-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} = 8I_3$

மற்றும் BA = $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -4 & 4 & 4 \\ -7 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4+7+5 & 4-1-3 & 4-3-1 \\ -4+14-10 & 4-2+6 & 4-6+2 \\ -8-7+15 & 8+1-9 & 8+3-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} = 8I_3$

எனவே நாம் பெறுவது AB = BA = $8I_3$ அதாவது $\left(\frac{1}{8}A\right)B = B\left(\frac{1}{8}A\right) = I_3$ எனவே, $B^{-1} = \frac{1}{8}A$.

கொடுத்துள்ள நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை அணி வடிவில் எழுதக் கிடைப்பது.

$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix}$ அதாவது, B = $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix}$

எனவே, $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = B^{-1}\begin{bmatrix} 4 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{8}A\right)\begin{bmatrix} 4 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{8}\begin{bmatrix} -4 & 4 & 4 \\ -7 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{8}\begin{bmatrix} -16+36+4 \\ -28+9+3 \\ 20-27-1 \end{bmatrix} = \frac{1}{8}\begin{bmatrix} 24 \\ -16 \\ -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$

எனவே தீர்வானது (x = 3, y = -2, z = -1)

2. $y = ax^2 + bx + c$ என்ற பாதையானது (10,8), (20,16), (40,22) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்கிறது ஆதலால் 100a + 10b + c = 8, 400a + 20b + c = 16, 1600a + 40b + c = 22 என்ற சமன்பாடுகள் கிடைக்கின்றன. கிராமரின் விதியை பயன்படுத்த பின்வருவனவற்றைக் காண்போம்.

$\triangle = \begin{vmatrix} 100 & 10 & 1 \\ 400 & 20 & 1 \\ 1600 & 40 & 1 \end{vmatrix} = 1000\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \end{vmatrix}$ = 1000 [-2 + 12 - 16] = -6000

$\triangle_1 = \begin{vmatrix} 8 & 10 & 1 \\ 16 & 20 & 1 \\ 22 & 40 & 1 \end{vmatrix} = 20\begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 8 & 2 & 1 \\ 11 & 4 & 1 \end{vmatrix}$ = 20[-8 + 3 + 10] = 100,

$\triangle_2 = \begin{vmatrix} 100 & 8 & 1 \\ 400 & 16 & 1 \\ 1600 & 22 & 1 \end{vmatrix} = 200\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & 8 & 1 \\ 16 & 11 & 1 \end{vmatrix}$ = 200 [-3 + 48 - 84] = -7800,

$\triangle_3 = \begin{vmatrix} 100 & 10 & 8 \\ 400 & 20 & 16 \\ 1600 & 40 & 22 \end{vmatrix} = 2000\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 8 \\ 16 & 4 & 11 \end{vmatrix}$ = 2000 [-10 + 84 - 64] = 20000.

கிராமரின் விதிப்படி, a = $\frac{\triangle_1}{\triangle} = -\frac{1}{60}, b = \frac{\triangle_2}{\triangle} = \frac{7800}{6000} = \frac{78}{60} = \frac{13}{10}, c = \frac{\triangle_3}{\triangle} = \frac{20000}{6000} = -\frac{20}{6} = \frac{10}{3}$

எனவே பாதையின் சமன்பாடு $y = -\frac{1}{60}x^2 + \frac{13}{10}x - \frac{10}{3}$

x = 70 எனில் y = 6எனக் கிடைக்கிறது. எனவே பந்தானது எல்லைக்கோட்டிற்கு நேர் மேலாக 6 மீ உயரத்தில் செல்கிறது மற்றும் எல்லைக் கோட்டின் அருகில் உள்ள ஆட்டக்காரர் எகிறிக் குதித்துப் பிடிக்க முயன்றாலும் அவரால் அப்பந்தினைப் பிடிக்க இயலாது. எனவே அப்பந்து மிகப்பெரிய 6 ஆகச் சென்றது மற்றும் அவ்வணி ஆட்டத்தினை வென்றது.

3. விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியை ஏறுபடிவ வடிவத்திற்கு உருமாற்றங்கள் செய்யக் கிடைப்பது,

$\left[\begin{array}{cccc} 4 & 3 & 6 & 25 \\ 1 & 5 & 7 & 13 \\ 2 & 9 & 1 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 5 & 7 & 13 \\ 4 & 3 & 6 & 25 \\ 2 & 9 & 1 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2 \to R_2 - 4R_1 R_3 \to R_3 - 2R_1} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 5 & 7 & 13 \\ 0 & -17 & -22 & -27 \\ 0 & -1 & -13 & -25 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2 \to R_2 + (-1)R_3 \to R_3 + (-1)} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 5 & 7 & 13 \\ 0 & 17 & 22 & 27 \\ 0 & 1 & 13 & 25 \end{array}\right] \xrightarrow{R_3 \to 17R_3 - R_2} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 5 & 7 & 13 \\ 0 & 17 & 22 & 27 \\ 0 & 0 & 199 & 398 \end{array}\right]$

ஏறுபடிவத்திலிருந்து கிடைக்கும் சமமான சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது

x + 5y + 7z = 13, ...(1)

17y + 22z = 27, ...(2)

199z = 398 .....(3)

(3)-லிருந்து நாம் பெறுவது z = $\frac{398}{199}$ = 2

z = 2 என (2) -ல் பிரதியிடக் கிடைப்பது y = $\frac{27-22\times2}{17} = \frac{-17}{17}$ = -1

z = 2 மற்றும் y = -1 என (1)-ல் பிரதியிடக் கிடைப்பது x = 13 - 5 x (-1) -7 x 2 = 4

எனவே தீர்வானது (x = 4, y = -1, z = 2)

4. இங்கு மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை 3.

தொகுப்பின் அணி வடிவம் AX = B, இங்கு

A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியானது [A|B] = $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{array}\right]$

[A|B]-ல் காஸ்ஸியன் நீக்கல் முறையை பயன்படுத்தக் கிடைப்பது

[A|B] = $\left[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -7 & 5 & -8 \\ 0 & -4 & 4 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & -4 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2 \to R_2 - 3R_1 R_3 \to R_3 - R_1, R_4 \to R_4 - R_1} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & -5 & 8 \\ 0 & 4 & -4 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 4 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2 \to (-1)R_2 R_3 \to (-1)R_3, R_4 \to (-1)R_4} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & -5 & 8 \\ 0 & 4 & -4 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 4 \end{array}\right] \xrightarrow{R_3 \to 7R_3 - 4R_2 R_4 \to 7R_4 - 3R_2} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & -5 & 8 \\ 0 & 0 & -8 & -32 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right] \xrightarrow{R_3 \to R_3 \div (-8)} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & -5 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right] \xrightarrow{R4 \to R_4 - R_3} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & -5 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$

விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணி [A|B]-ல் மூன்று அபூச்சிய நிரைகள் உள்ளன. எனவே, $\rho([A|B]) = 3$.

A-யின் நிரை-ஏறுபடி வடிவமானது $\begin{bmatrix}1&2&-1\\0&7&-5\\0&0&1\\0&0&0\end{bmatrix}$ இதில் மூன்று அபூச்சிய நிரைகள் உள்ளன.

எனவே, $\rho(A) = 3$

எனவே, $\rho(A) = \rho([A|B]) = 3$

ஏறுபடி வடிவத்திலுள்ள அணியிலிருந்து கிடைக்கும் சமான சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது $x + 2y - z = 3, 7y - 5z = 8, z = 4, 0 = 0$.

கடைசி சமன்பாடு $0 = 0$ என்பது அர்த்தமுள்ளது. பின்னோக்கிப் பிரதியிடல் முறையில் நமக்குக் கிடைப்பது

$z = 4$

$7y - 20 = 8 \Rightarrow y = 4,$

$x = 3 - 8 + 4 \Rightarrow x = -1$

எனவே தீர்வானது $(x = -1, y = 4, z = 4)$. (இங்கு A-ஆனது சதுர அணியல்ல என்பது குறிப்பிடத்தக்கது)

5. நாம் x_1, x_2, x_3 மற்றும் x_4 என்ற மிகை முழுக்களை

$x_1C_5H_8 + x_2O_2 = x_3CO_2 + x_4H_2O$ என அமையுமாறு காண விழைகிறோம். .....(1)

(1)-ன் இடதுபுறத்திலுள்ள கார்பன் அணுக்களின் எண்ணிக்கை (1)-ன் வலதுபுறத்திலுள்ள கார்பன் அணுக்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக இருக்க வேண்டும். எனவே

$5x_1 = x_3 \Rightarrow 5x_1 - x_3 = 0$ .....(2)

என்ற நேரியச் சமப்படித்தான சமன்பாட்டைப் பெறுகிறோம். இதேபோல் ஹைட்ரஜன் மற்றும் ஆக்ஸிஜன் அணுக்கள் எண்ணிக்கைகளை ஒப்பிடக் கிடைப்பது,

$8x_1 = 2x_4 \Rightarrow 4x_1-x_4 = 0$ .....(3)

$2x_2 = 2x_3 + x_4 \Rightarrow 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 0$ .....(4)

சமன்பாடுகள் (2), (3), மற்றும் (4) என்பன 4 மாறிகளில் ஒரு நேரியச் சமப்படித்தான தொகுப்பை ஏற்படுத்துகின்றன.

விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியான $[A|B] = \begin{bmatrix}5&0&-1&0&0\\4&0&0&-1&0\\0&2&-2&-1&0\end{bmatrix}$

காஸ்ஸியன் நீக்கல் முறையை பயன்படுத்த

$[A|B] \overset{R_1\leftrightarrow R_2}{\longrightarrow} \begin{bmatrix}4&0&0&-1&0\\5&0&-1&0&0\\0&2&-2&-1&0\end{bmatrix} \overset{R_2\leftrightarrow R_3}{\longrightarrow} \begin{bmatrix}4&0&0&-1&0\\0&2&-2&-1&0\\5&0&-1&0&0\end{bmatrix} \overset{R_3\uparrow 4R_3-5R_1}{\longrightarrow} \begin{bmatrix}4&0&0&-1&0\\0&2&-2&-1&0\\0&0&-4&5&0\end{bmatrix}$

எனவே, $\rho(A) = \rho([A|B]) = 3 < 4 =$ மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை.

தொகுப்பானது ஒருங்கமைவு உடையது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்.

ஏறுபடி வடிவத்தில் நமக்குக் கிடைக்கும் சமான சமன்பாடுகள்

$4x_1-x_4 = 0, 2x_2 - x_4 = 0, -4x_3 + 5x_4 = 0$

எனவே ஒரு மாறியை பூச்சியமற்ற மெய் எண் பெறும் தன்னிச்சை மாறியாக எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்

$x_4 = t, t \neq 0$ என்க. பின்னோக்கிப் பிரதியிடல் முறையில் $x_3 = \frac{5t}{4}, x_2 = \frac{7t}{4}, x_1 = \frac{t}{4}$ எனப் பெறுகிறோம்.

x_1, x_2, x_3 மற்றும் x_4 என்பன மிகை முழுக்கள். எனவே $t = 4$ எனத் தேர்வு செய்கிறோம். எனவே, $x_1 = 1, x_2 = 7, x_3 = 5$ மற்றும் $x_4 = 4$ எனக் கிடைக்கிறது. எனவே சமனாமாக்கப்பட்டச் சமன்பாடு,

$C_5H_8 + 7O_2 \longrightarrow 5CO_2 + 4H_2O$ ஆகும்.

6. அணிவடிவம் $= \begin{bmatrix}1&1&3\\4&3&\lambda\\2&1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$

விரிவு படுத்தப்பட்ட அணியை ஏறுபடி வடிவத்திற்கு மற்ற கிடைப்பது,

$[A|0] = \begin{bmatrix}1&1&3&0\\4&3&\lambda&0\\2&1&2&0\end{bmatrix} \overset{R_1\leftrightarrow R_3}{\longrightarrow} \begin{bmatrix}1&1&3&0\\2&1&2&0\\4&3&\lambda&0\end{bmatrix}$

$\overset{\substack{R_2\to R_2-2R_1\\R_3\to R_3-4R_1}}{\longrightarrow} \begin{bmatrix}1&1&3&0\\0&-1&-4&0\\0&-1&\lambda&0\end{bmatrix}$

$\overset{R_3\to R_3-R_2}{\longrightarrow} \begin{bmatrix}1&1&3&0\\0&-1&-4&0\\0&0&\lambda-8&0\end{bmatrix}$

நிலை (i) $\lambda \neq 8$ எனில்

$[A|0] = \begin{bmatrix}1&1&3&0\\0&-1&-4&0\\0&0&\text{பூச்சியமற்ற}&0\end{bmatrix}$

இங்கு $\rho(A) = 3, \rho([A \mid B]) = 3$

$\therefore \rho(A) = \rho([A \mid B]) = 3 = n$ மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை

$\therefore$ கொடுக்கப்பட்ட தொகுப்பு ஒருங்கமைவுடன் ஒரே ஒரு தீர்வை கொண்டிருக்கும்.

தீர்வு $x = 0, y = 0, z = 0$

நிலை (ii) $\lambda = 8$ எனில்

$[A|0] = \begin{bmatrix}1&1&3&0\\0&-1&-4&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$

இங்கு $\rho(A) = 2, \rho([A \mid B])=2$

$\therefore \rho(A) = \rho([A|0]) = 2 < 3,$ மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை,

$\therefore$ தொகுப்பு ஒருங்கமைவுடன் வெளிப்படையற்ற தீர்வுகளை உடையது.

7. $px + by + cz = 0, ax + qy + cz = 0, ax + by + rz = 0$ என்ற தொகுப்பின் சமன்பாடுகள் வெளிப்படையற்றத் தீர்வு பெற்றுள்ளது என்க.

எனவே $\begin{vmatrix}p&b&c\\a&q&c\\a&b&r\end{vmatrix} = 0$, $R_2 \longrightarrow R_2-R_1$ மற்றும் $R_3 \longrightarrow R_3-R_1$ மேல் உள்ள சமன்பாட்டில் பயன்படுத்தக் கிடைப்பது

$\begin{vmatrix} p & b & c \\ a-p & q-b & 0 \\ a-p & 0 & r-c \end{vmatrix}$ = 0, அதாவது, $\begin{vmatrix} p & b & c \\ -(p-a) & q-b & 0 \\ -(p-a) & 0 & r-c \end{vmatrix}$ = 0

p ≠ a, q ≠ b, r ≠ c ஆதலால் நாம் பெறுவது (p-a)(q-b)(r-c) $\begin{vmatrix} \frac{p}{p-a} & \frac{b}{q-a} & \frac{c}{r-c} \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ = 0

எனவே $\begin{vmatrix} \frac{p}{p-a} & \frac{b}{q-a} & \frac{c}{r-c} \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ = 0

அணிக்கோவையை விரிவுபடுத்தக் கிடைப்பது, $\frac{p}{p-a} + \frac{q}{q-b} + \frac{r}{r-c}$ = 0

அதாவது, $\frac{p}{p-a} + \frac{q-(q-b)}{q-b} + \frac{r-(r-c)}{r-c}0 \Rightarrow \frac{p}{p-a} + \frac{q}{q-b} + \frac{r}{r-c}$ = 2

II . ANSWER THE ANY 5 QUESTIONS.

8. |A|=(2)(7)-(9)(1) = 14-9=5. எனவே, $A^{-1} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 7 & -9 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{5} & -\frac{9}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$

எனவே, $(A^{-1})^T = \begin{bmatrix} \frac{7}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{9}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -9 & 2 \end{bmatrix}$ ... (1)

$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$ எனவே $|A^T| = (2)(7)-(1)(9) = 5$

$(A^T)^{-1} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -9 & 2 \end{bmatrix}$ ... (2)

(1) மற்றும் (2)-லிருந்து கிடைப்பது, $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$ எனவே கொடுத்துள்ள பண்பு சரிபார்க்கப்பட்டது.

9. $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -6 & 2 & 4 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 \to R_2 + 2R_1, R_3 \to R_3 + R_1} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 \to R_3 - \frac{1}{2}R_2} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

10. $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25-3 & 15-6 \\ -5+2 & -3+4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 22 & 9 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

$-3A = -3\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & -9 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

$-7I_2 = -7\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -7 \end{bmatrix}$

$\therefore A^2 - 3A - 7I_2$

$= \begin{bmatrix} 22 & 9 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} - 7\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 22-15-7 & 9-9+0 \\ -3+3+0 & 1+6-7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = O_2$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

$\therefore A^2 - 3A - 7I_2 = 0$

பின்புறமாக A^{-1} ஆல் பெருக்க கிடைப்பது,

$A^2.A^{-1} - 3AA^{-1} - 7I_2A^{-1} = 0.A^{-1}$

$\Rightarrow A(AA^{-1}) - 3(AA^{-1}) - 7(A^{-1}) = 0$

[$\because I_2A^{-1} = A^{-1}$ மற்றும் $|(0)A^{-1} = 0$]

$\Rightarrow AI - 3I - 7A^{-1} = 0$ [$\because AA^{-1} = I$]

$\Rightarrow AI - 3I = 7A^{-1}$

$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{7}[A - 3I]$ [$\because AI = A$]

$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{7} = \left[\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right]$

$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 5-3 & 3-0 \\ -1-0 & -2-3 \end{bmatrix} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$

$\therefore A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$

11. சமன்பாட்டு தொகுப்பின் அணி வடிவம் AX=B

இங்கு

$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 7 & 3 & -5 \\ 2 & 3 & \lambda \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \\ \mu \end{bmatrix}$

[A|B] என்ற விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியில் தொடக்கநிலை நிரைச் செயலிகளில் பயன்படுத்தக் கிடைப்பது,

$[A|B] = \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 7 & 3 & -5 & 8 \\ 2 & 3 & \lambda & \mu \end{array}\right]$

$\xrightarrow{R_2 \to R_2 - 7R_1, R_3 \to R_3 - R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -5 & -8 \\ 0 & -15 & -45 & 47 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 & \mu - 9 \end{array}\right]$

நிலை(i) $\lambda = 5, \mu \neq 9$

$\rho(A) = 2, \rho([A|B]) = 3$

$\rho(A) \neq \rho([A|B])$

சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு மற்றும் தீர்வுகள் கிடையாது. ஒருங்கமைவற்றது

நிலை (ii) $\lambda \neq 5, \mu \in R$ எனில்

$\rho(A) = 3, \rho([A|B]) = 3$

QB 365 Study Material
QUESTION BANK 365

ρ(A) = P([A|B]) = 3 = n

சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் ஒரே ஒரு தீர்வைக் கொண்டது.

நிலை (iii) $\lambda = 5, \mu = 9$

ρ(A) = 2, ρ([A | B]) = 2

ρ(A) = ρ([A | B]) = 2 < n

சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகளைக் கொண்டது

12. x + y + z − 2 = 0, 6x − 4y + 5z − 31 = 0, 5x + 2y + 2z = 13

தொகையின் அணி வடிவம்

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & -4 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 31 \\ 13 \end{bmatrix}$$

AX=B இங்கு $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & -4 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \end{bmatrix}$,

$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 31 \\ 13 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow X = A^{-1}B$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & -4 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} -4 & 5 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$$

=1(-8-10)-1(12-25)+1(12+20)

=1(-18)-1(-13)+1(22)=-18+13+32=27

$$adj \quad A = \begin{bmatrix} +\begin{vmatrix} -4 & 5 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 6 & 5 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 6 & -4 \end{vmatrix} \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} +(-8-10) & -(12-25) & +(12+20) \\ -(2-2) & +(2-5) & -(2-5) \\ +(5+4) & -(5-6) & +(-4-6) \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} -18 & 13 & 32 \\ 0 & -3 & 3 \\ 9 & 1 & -10 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} -18 & 0 & 9 \\ 13 & -3 & 1 \\ 32 & 3 & -10 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{|A|} adj \quad A = \frac{1}{27} \begin{bmatrix} -18 & 0 & 9 \\ 13 & -3 & 1 \\ 32 & 3 & -10 \end{bmatrix}$$

$\therefore X = A^{-1}B$

$$= \frac{1}{27} \begin{bmatrix} -18 & 0 & 9 \\ 13 & -3 & 1 \\ 32 & 3 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 31 \\ 13 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{27} \begin{bmatrix} -36 & +0 & +117 \\ 26 & -93 & +13 \\ 64 & +93 & -130 \end{bmatrix} = \frac{1}{27} \begin{bmatrix} 81 \\ -54 \\ 27 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

∴ x=3, y=-2, z=1

∴ தீர்வுக் கணம் {3,-2,1}

13. விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியில் தொடக்கநிலை நிரை செயலிகள் பயன்படுத்தக் கிடைப்பது.

$$[A|B] = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_2 \to R_2 - 2R_1 R_3 \to R_3 - 3R_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_3 \to R_3 - \frac{4}{5}R_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{33}{5} & 0 \end{bmatrix}$$

இங்குρ(A)=3 மற்றும் ρ([A|0])=3

∴ ρ(A)=ρ([A|0])=3= மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை

ஆகையால் தொகுப்பு ஒருங்கமைவுடன் ஒரே ஒரு தீர்வை கொண்டிருக்கும்.

ஆகையால் தொகுப்பு வெளிப்படை தீர்வை மட்டும் கொண்டிருக்கும்.

14. 2x-y=3;x+2y=-1

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 1 = 5 \neq 0$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 1 = 5$$

QB 365 Study Material
QUESTION BANK 365

$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 3 = -5$

கிராமரின் விதிப்படி

$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{5}{5} = 1$

$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{5}{5} = 1$

∴ x=1;y=-1

I . ANSWER THE ANY 5 QUESTIONS.

15. $A = \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}$ பின்பு, $A^T = \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} cos\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}$

எனவே

$AA^T = \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} cos\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} cos^2\theta + sin^2\theta & cos\theta sin\theta - sin\theta cos\theta \\ sin\theta cos\theta - cos\theta sin\theta & sin^2\theta + cos^2\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$

இதேபோல் $A^TA = I_2$. எனவே $AA^T = A^TA = I_2 \Rightarrow A$ ஆனது செங்குத்து அணியாகும்.

16. தொகுப்பின் அணி வடிவம் AX = B, இங்கு $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 10-6 = 4 \neq 0$. எனவே A^{-1} காண இயலும். மற்றும் $A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$

$X = A^{-1}B$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தக் கிடைப்பது

$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 6-10 \\ -9+25 \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -4 \\ 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-4}{4} \\ \frac{16}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

எனவே தீர்வானது (x = -1, y = 4)

17. $adj\ (A) = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \pm\frac{1}{\sqrt{|adj A|}}(adj\ A)$ என அறிவோம். ...(1)

|adj A| = 0 + 2(36 - 18) + 0 = 2(18) = 36

$|adj\ A| = 0 + 2\begin{vmatrix} 6 & -6 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} + 0$

[R_1 மூலம் விரிவுபடுத்தப்பட்டது]

$\therefore A^{-1} = \pm\frac{1}{\sqrt{36}}\begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

$\pm\frac{1}{6}\begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

QB 365 ™ Study Material
QUESTION BANK 365

18. விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியின் மீது காஸ்-ஜோர்டான் முறையினைப் பயன்படுத்த,

$[A|I_2] = \left[\begin{array}{cc|cc} 0 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 6 & 0 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \left[\begin{array}{cc|cc} -1 & 6 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1 \to (-1)R_1} \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & -6 & 0 & -1 \\ 0 & 5 & 1 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2 \to \frac{1}{5}R_2} \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & -6 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & (1/5) & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1 \to R_1 + 6R_2} \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & (6/5) & -1 \\ 0 & 1 & (1/5) & 0 \end{array}\right]$

எனவே $A^{-1} = \begin{bmatrix} (6/5) & -1 \\ (1/5) & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 6 & -5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

19. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 3 & -6 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ என்க

A ஒரு (2 x 4) வரிசை அணி

$\therefore \rho(A) \leq (2,4)$-ன் மீச்சிறு=2

A-ன் பூச்சியமற்ற சிற்றணிக் கோவைகளின் உச்சவரிசை 2 ஆகும்.

அது $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = -6 + 6 = 0$

$\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -6 & -3 \end{vmatrix} = 6 - 6 = 0$

மேலும், $\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = -1 + 0 = -1 \neq 0$

$\therefore \rho(A) = 2$

20. $A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

21. $\Delta = \begin{vmatrix} 6 & -9 \\ 4 & -6 \end{vmatrix} = 0$

$\Delta = 0$ எனும்போது, $\frac{\Delta_x}{\Delta}$ என்பது வரையறுக்கப்பட்டதாகிறது.

எனவே, சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு ஒருங்கமைவற்றது.